

5. Векторно и смесено произведение

Задача 1 Да се докаже тъждеството

$$(\vec{a} \times \vec{b})^2 (\vec{a} \times \vec{c})^2 - [(\vec{a} \times \vec{b})(\vec{a} \times \vec{c})]^2 = a^2 (\vec{a} \vec{b} \vec{c})^2.$$

Задача 2 Дадени са векторите $\vec{a}(1, -1, 2)$, $\vec{b}(2, 1, -1)$ и $\vec{c}(-1, 2, 1)$. Да се намерят координатите на векторите $\vec{p} = \frac{\vec{b} \times \vec{c}}{\vec{a} \vec{b} \vec{c}}$, $\vec{q} = \frac{\vec{c} \times \vec{a}}{\vec{a} \vec{b} \vec{c}}$, $\vec{r} = \frac{\vec{a} \times \vec{b}}{\vec{a} \vec{b} \vec{c}}$. Да се намерят координатите на вектора $\vec{x}$, определен от равенствата

$$\vec{p} \vec{x} = -\vec{q} \vec{x} = \frac{1}{2} \vec{r} \vec{x} = 1.$$

Задача 3 Дадени са точките $A(1, 2, -3)$, $B(5, 2, 0)$, $C(3, 2, -2)$. Да се намери разстоянието от точка C до правата AB .

Задача 4 Дадени са точките $M(2, 0, 0)$, $A(2, 1, 0)$ и векторите $\vec{p}(1, 1, 2)$, $\vec{q}(1, 0, -1)$. Да се намери разстоянието от точката M до равнината, определена от точката A и векторите $\vec{p}$ и $\vec{q}$.