

7. Уравнение на права и равнина в пространството. Сфера

Задача 1 Дадени са точка $A(3, -1, -4)$ и равнина $\alpha : y + 2z = 0$. Да се намери права l през A , пресичаща оста Oy и успоредна на α .

Задача 2 Дадени са точка $M(7, 5, 1)$, права $g : \frac{x-1}{2} = \frac{y-9}{-3} = \frac{z+4}{2}$ и равнина $\alpha : x + y + 2z - 8 = 0$. Да се намерят ортогонално-симетричните точки M' и M'' на M съответно относно g и α . Да се пресметне лицето на $\triangle MM'M''$.

Задача 3 През пробода на правата $g : x = 1, z + 1 = 0$ с равнината $\alpha : \vec{r} \cdot (\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3) = 1$ да се прекара права l , лежаща в α и перпендикулярна на g .

Задача 4 Дадени са точките $M_1(3, -2, 1)$ и $M_2(6, 0, 5)$. Да се намери точка M_3 такава, че $\triangle M_1M_2M_3$ да е правоъгълен с прав ъгъл при върха M_2 , ако се знае, че M_3 лежи на правата $g : x - z + 4 = 0, y - 3z + 14 = 0$.

Задача 5 Да се намери сфера през точките $A(1, 2, 2)$ и $B(1, 0, 0)$, ако центърът ѝ лежи на правата $g : \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{1}$.

Задача 6 Дадена е сферата $S : (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 16$. Да се намерят допирателните равнини към S , минаващи през общите точки на S и правата $l : \vec{r} = (2+t)\vec{e}_1 + (-1+3t)\vec{e}_2 - \vec{e}_3$.

Задача 7 Да се намери сфера, допираща се до правите $l : x = 1+3s, y = -4+6s, z = 6+4s$ и $m : x = 4+2t, y = -3+2t, z = 2-6t$ съответно в точките $L(1, -4, 6)$ и $M(4, -3, 2)$.